

一种适用于高速移动环境的 LDPC 译码算法

杜 乐,郑娟毅,李 永,吴 玮

(西安邮电大学 通信与信息工程学院,西安 710121)

摘要:为了降低译码算法复杂度、提高信道传送质量,提出一种改进型低密度奇偶校验译码算法。该算法是以多径瑞利衰落信道仿真模型作为高速移动环境下的信道模型,采用有理函数逼近的思想,降低每次循环时校验节点的运算量,从而降低信道译码算法复杂度。在 MATLAB 环境下对该算法进行了仿真验证,结果表明,相对于对数似然比置信传播译码算法,改进后的低密度奇偶校验译码算法具有较好的译码性能,更能有效降低译码的复杂度。因此改进译码算法应用在高速移动环境中,可以提高信道传输的质量和效率。

关键词:低密度奇偶校验码;对数似然比置信传播译码算法;改进型 BP 译码算法;复杂度

中图分类号: TN911.22 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-8788(2017)04-0066-04

A LDPC Decoding Algorithm for the Mobile Environment of High Speed

DU Le, ZHENG Juan-yi, LI Yong, WU Wei

(School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China)

Abstract: In order to reduce the complexity of algorithm and improve the quality of channel transmission, a modified LDPC decoding algorithm is proposed in this paper. The algorithm is used in high speed mobile environment where multipath Rayleigh fading channel model is chosen considering the frequency selective deterministic scenario. At the same time, Taylor function approximation is adopted to reduce the amount of inspection node in cycling step, as well as the complexity of decoding. Simulation results show that, compared with BP LLR decoding algorithm, the modified LDPC decoding algorithm has better decoding performance, and can effectively reduce the decoding complexity. Therefore, the modified LDPC decoding algorithm can be applied in the high speed mobile environment, which can improve the quality and efficiency of channel transmission.

Key words: LDPC code; LLR BP decoding algorithm; modified BP decoding algorithm; complexity

0 引 言

伴随着国家高速铁路技术的飞速发展,人们对高速移动环境下通信质量及效率的需求也随之增加。然而无线通信信道在高速移动环境下存在的深衰落、长时延以及多普勒频移等现象严重影响了移动通信系统的传输质量^[1]。因此分析和研究低密度奇偶校验(Low Density Parity Check, LDPC)码在高速移动环境下的译码性能,对提高高速移动环境下信道传输的质量和效率有着特殊的指导作用。

信道译码算法的复杂度决定着在高速移动环境下信道传送的质量和效率^[2],通常采用对数似然比置信传播(Log-likelihood Ratio Belief Propagation, LLR BP)译码算法对 LDPC 码进行译码时,其误码率性能较好,但其计算复杂度偏高^[3]。文献[4]提出一种混合迭代译码算法(Mixed Iteration Algorithm, MIA),其核心思想是先进行硬判决,后进行软判决,并通过仿真分析得出,在译码复杂度不改变的情况下,相比于置信度传播译码算法, MIA 的性

能较好。该算法虽能有效地提高 LDPC 码的译码性能,但译码复杂度却没有得到改善。为了提高信道传送质量和效率^[5],本文提出一种改进的 LDPC 译码算法。该算法主要针对 LLR BP 译码算法的水平方向置信传播函数,采用函数逼近的思想,降低循环时校验节点的运算量。该算法以多径瑞利衰落信道仿真模型作为高速移动环境下的信道模型,通过仿真分析得出,相对于 LLR BP 译码算法,改进型 LDPC 译码算法具有较好的译码性能,并能有效降低译码复杂度,提高高速移动环境下的信道传送质量和效率。

1 LDPC 译码算法

1.1 LLR BP 译码算法

衡量一种信道编码码字的性能的一个重要因素是其所对应的译码算法^[6]。硬判决算法与概率译码软判决算法^[7]是最基本的两种译码算法,是格拉格(Gallager)1962 年提出 LDPC 码时给出的。硬判决易于实现,但却不能达到 LDPC 码^[8]的最佳性能,

而软判决复杂度较高,却有较好的性能。

BP 译码算法具有较好的译码性能,是 LDPC 码最常用的迭代软译码算法^[9],但计算复杂度较高。BP 译码算法之所以较为复杂,是因为其算法描述中置信度传播函数包含指数运算,从而增加了计算的复杂度,使译码速度较慢。并且耗费了较多的硬件资源,不便于硬件实现。而 LLR BP 译码算法^[10]是用对数似然比描述校验节点与变量节点之间来回传递的可靠性信息,可有效降低译码复杂度的 BP 类的改进译码算法^[11]。此算法与 BP 译码算法思想大致相似,不同之处在于 LLR BP 译码算法是采用对数似然比来描述,这样可大大地减少计算量,降低译码复杂度,并且便于硬件描述^[12]。

在 LDPC 码 LLR BP 算法中,设 $L(m)$ 为与变量节点 s_m 相连接的全部变量节点 x_l 的集合,即 $L(m) = \{x_l : H_{ml} = 1\}$,表示集合 $L(m)$ 去掉变量节点 x_l ; 设 $M(l)$ 是与变量节点 x_l 相连接的全部校验节点 s_m 的一个集合,即 $M(l) = \{s_l : H_{ml} = 1\}$, $M(l) \setminus m$ 表示集合 $M(l)$ 去掉变量节点 s_m ; $f_n^x = P(x = x | y)$ 表示不考虑比特之间的相关性,仅仅按照 x_n 的接收信号值及信道特征而得到的比特 x_n 取值为 x 的概率,其中 $x \in \{0, 1\}$,显然有 $f_n^0 + f_n^1 = 1$,可以把 f_n^x 看成是变量节点 x_n 的固有性质; q_{ml}^x 为依据接收信号并凭借校验节点集合 $M(l) \setminus m$ 而得到的 $x_l = x$ 的概率,并且 $x \in \{0, 1\}$,同样有 $q_{ml}^0 + q_{ml}^1 = 1$, q_{ml}^x 可以看作是变量节点 x_l 向校验节点 s_m 传输的信息; r_{ml}^x 表示比特 $x_l = x$,并给定其他比特的一组概率 $\{q_{ml'}^x : l' \in L(m) \setminus l\}$ 。 r_{ml}^x 可以看作是检验节点 s_m 向变量节点 x_l 传递的信息。LLR BP 译码算法的基本译码步骤如下:

(1) 初始化:

$$v_{ml} = v_1^0 ; \quad (1)$$

(2) 校验节点更新: 在译码迭代中,校验节点 s_m 用下式更新其自身携带的可靠信息,并把携带的信息传达给与之对应的变量节点 x_l :

$$u_{ml} = 2 \tanh^{-1} \left[\prod_{l' \in L(m) \setminus l'} \tanh \frac{v'_{ml'}}{2} \right] , \quad (2)$$

式中,

$$\tanh \frac{v'_{ml}}{2} = \frac{\exp(v'_{ml}/2) - \exp(-v'_{ml}/2)}{\exp(v'_{ml}/2) + \exp(-v'_{ml}/2)} ; \quad (3)$$

(3) 变量节点更新:

$$v_{ml} = v_1^0 + \sum_{m' \in M(m) \setminus m} u_{m'l} ; \quad (4)$$

(4) 似后验概率更新:

$$v_1 = v_1^0 + \sum_{m \in M(l)} u_{m'l} ; \quad (5)$$

(5) 比特判决: 如果 $v_1 > 0$, 则判 $x'_l = 0$, 否则判 $x'_l = 1$, ($l = 1, 2, \dots, N$)。

若 $\mathbf{H}^T \mathbf{x}' = 0$, 其中 $\mathbf{H}$ 为校验矩阵, 或迭代到达最大迭代次数 $I_{\max}$ 时, 则译码完成并退出迭代, 将 $\mathbf{x}'$ 作为输出结果; 否则转至步骤(2)继续进行迭代。

1.2 LLR BP 译码算法的改进算法

当信道在低信噪比 (Signal Noise Ratio, SNR) 条件下时, 迭代不用到达最大迭代次数 $I_{\max}$ 就能使误码率处于相对稳定不变的状态, 即使再不断地增加迭代的次数也不能使输出的误码率^[13]有所下降。因此我们可以借助校验因子在迭代中改变与否来判断译码是否完成。LLR BP 译码算法每次迭代时, 校验节点更新即水平方向中传达消息的置信度传播函数 $\tanh(v'_{ml}/2)$ 的计算过于复杂, 通过寻找其他函数 $F(v'_{ml})$ 对式(2)进行简单处理, 使其更加逼近 $\tanh(v'_{ml}/2)$ 函数, 就能够减小迭代中水平方向变量的运算量。从而在译码器硬件复杂度较低的基础上, 使译码算法的性能得到改善^[14]。

LLR BP 译码算法通过反复迭代^[15]得出变量节点和校验节点间传递的信息。本文在 LLR BP 译码算法思路基础上做了一些改进, 改进算法采用函数逼近的思想替换水平方向中校验节点的置信度传播函数 $\tanh(v'_{ml}/2)$, 其中最行之有效的方法就是用有理函数来逼近从而替换校验节点的置信度传播函数。如果选用高阶的有理函数逼近双曲正切函数, 则译码效果相对较好, 但其计算复杂度偏高; 反之若选用低阶的有理函数逼近, 虽然译码效果相比于高阶逼近偏差, 但计算复杂度明显降低, 因而译码速度较快并且便于硬件实现。本文采用函数 $\exp(v'_{ml})$ 的四阶泰勒展开式 $F_4(v'_{ml}/2)$ 来逼近 $\tanh(v'_{ml}/2)$ 函数, 利用误差函数 $f(v'_{ml}) = \tanh(v'_{ml}/2) - F_4(v'_{ml})$ 进一步修正 $F_4(v'_{ml})$, 以至于能够进一步逼近置信度传播函数 $\tanh(v'_{ml}/2)$ 。由式(3)可知

$$\begin{aligned} \tanh(v'_{ml}/2) &= \frac{\exp(v'_{ml}/2) - \exp(-v'_{ml}/2)}{\exp(v'_{ml}/2) + \exp(-v'_{ml}/2)} = \\ &= \frac{\exp(v'_{ml}) - 1}{\exp(v'_{ml}) + 1} , \end{aligned} \quad (6)$$

函数 $\exp(v'_{ml})$ 在 $v'_{ml} = 0$ 时的泰勒展开式为

$$\begin{aligned} \exp(v'_{ml}) &= 1 + v'_{ml} + \frac{v'^2_{ml}}{2!} + \dots + \frac{v'^n_{ml}}{n!} + \dots \\ &= -\infty < v'_{ml} < \infty , \end{aligned} \quad (7)$$

函数 $\exp(v'_{ml})$ 的四阶泰勒展开式为

$$\exp(v'_{ml})=1+v'_{ml}+\frac{v'^2_{ml}}{2!}+\frac{v'^3_{ml}}{3!}+\frac{v'^4_{ml}}{4!}, \quad (8)$$

因此

$$F_4(v'_{ml})=\frac{\exp(v'_{ml})-1}{\exp(v'_{ml})+1}=1-\frac{2}{\exp(v'_{ml})+1}=1-\frac{2}{1+v'_{ml}+\frac{v'^2_{ml}}{2!}+\frac{v'^3_{ml}}{3!}+\frac{v'^4_{ml}}{4!}+1}=1-\frac{48}{48+24v'_{ml}+12v'^2_{ml}+4v'^3_{ml}+v'^4_{ml}}, \quad (9)$$

误差函数

$$F(v'_{ml})=\tanh(v'_{ml}/2)-F_4(v'_{ml})=\frac{\exp(v'_{ml})-1}{\exp(v'_{ml})+1}-1+\frac{48}{48+24v'_{ml}+12v'^2_{ml}+4v'^3_{ml}+v'^4_{ml}}, \quad (10)$$

且 $F(v'_{ml})$ 如图 1 所示。

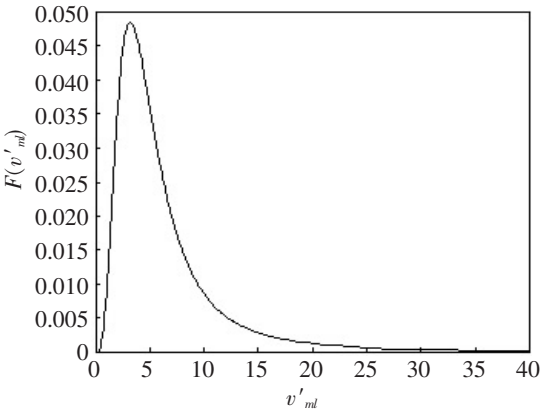


图 1 误差函数 $F(v'_{ml})$

由图 1 可知,当 $0 < v'_{ml} < 5$ 时,误差函数 $F(v'_{ml})$ 急剧上升,当 $v'_{ml} = 5$ 时,误差函数 $F(v'_{ml})$ 达到最大值。当 $5 < v'_{ml} < 20$ 时,误差函数 $F(v'_{ml})$ 急剧下降,当 $v'_{ml} > 20$ 时,误差函数 $F(v'_{ml})$ 基本保持不变。

2 性能仿真

LLR BP 译码改进算法的流程图如图 2 所示。
算法仿真过程中,设校验因子为 1,在允许迭代译码的结果输出有误的条件下,连续进行 4 次迭代译码后所得到的 4 个码字中,相比于误码比特,输出码字的比特个数 ≤ 1 ,因此设持续进行的译码次数为 4 次。仿真过程中,采用码长为 504、码率为 1/2 的二进制 LDPC 码,最大迭代次数为 30 次,仿真 SNR 区间为 $[-1.0 \ 2.0]$ dB,步长取 0.5 dB。

信道仿真模型的选取是译码仿真分析过程中最

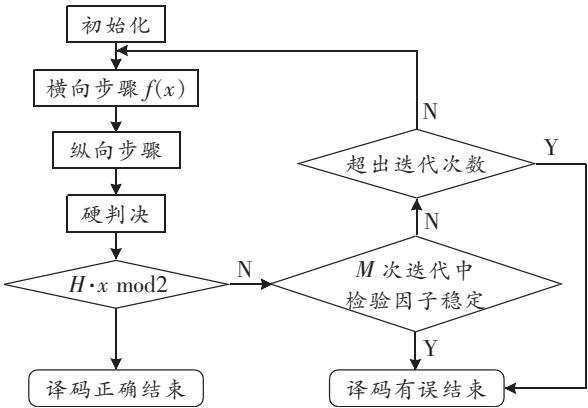


图 2 LLR BP 译码改进算法流程图

为关键的一步。为了便于硬件描述,该算法以多径瑞利衰落信道作为高速移动环境下的信道仿真模型,在 MATLAB 环境下对该算法进行仿真。并采用二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)进行调制,得到传递消息的置信度传播函数采用双曲正切函数的 LLR BP 译码算法和置信度传播函数采用四阶的泰勒公式逼近双曲正切函数的 LLR BP 改进译码算法的仿真结果。两种译码迭代次数的结果对比如表 1 所示。

表 1 两种译码算法迭代次数对比

SNR/ dB	迭代次数	
	LLR BP	改进的 LLR BP
-1.0	30.00	6.60
-0.5	30.00	7.15
0.0	29.99	7.90
0.5	29.23	8.80
1.0	10.23	7.69
1.5	20.65	19.80
2.0	21.60	21.00

3 算法分析

由表 1 可看出,在 $SNR < 1.5$ dB 的条件下,相比于 LLR BP 译码算法,由于改进型 LLR BP 译码算法是一种简单的有理运算,只需要两次乘法运算、一次除法运算及 4 次加减法运算即可完成,因此改进算法可大幅降低译码迭代的次数;在 $SNR \geq 1.5$ dB 时,由于在高 SNR 时不再需要根据校验因子是否处于稳定状态就能正确地输出译码结果,所以改进算法的迭代次数接近 LLR BP 算法的迭代次数。

译码算法的改进以及信道传输质量和效率的提高往往需要我们对译码性能进行分析和研究。图 3 所示为 LLR BP 译码算法与改进算法的性能对比,

由图 3 可知,最大译码迭代次数为 30 次时,在多径瑞利衰落信道仿真模型中,改进算法的误码率显著降低,其误码性能优于 LLR BP 译码算法。

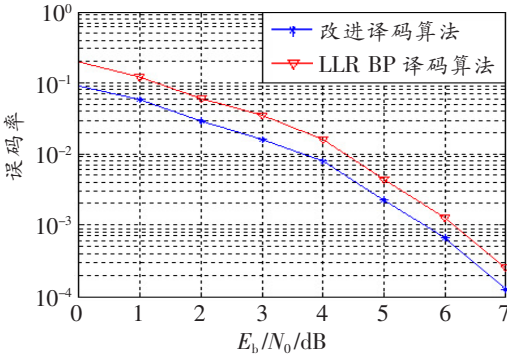


图 3 LLR BP 译码算法与改进算法的性能对比

LLR BP 算法中置信度传播函数若为双曲正切函数,其计算相对比较复杂,特别是当 v'_{ml} 为小数时,计算量较大。而采用四阶泰勒函数逼近的方法所得到的是一种较为简单的有理函数,其算法表述较为简洁,迭代过程中只通过简单的运算就能够快速地实现译码,因此水平方向的置信传播函数采用四阶的泰勒函数逼近双曲正切函数的改进型 LLR BP 译码算法可较大地降低译码复杂度,从而更好地改善译码性能。

4 结束语

本文提出了一种适用于高速移动环境下的改进型 LDPC 译码算法,该算法是在 LLR BP 译码算法思路的基础上做了一些改进,改进算法针对 LLR BP 译码算法水平方向的置信度传播函数,采用有理函数逼近的思想降低每次循环时校验节点的运算量。通过仿真分析能够得出,相比于经典的 LLR BP 译码算法,改进型 LDPC 译码算法在 SNR 较低时能够较大程度地减少译码的迭代次数,在译码性能稳定不变的条件下可降低校验节点迭代的计算复杂度,以达到快速译码,从而提高信道传输的质量和效率。本文提出的改进型 LDPC 译码算法在远距离传输、低 SNR 以及高速移动环境下的深空通信中具有很好的使用价值。该算法能够更好地应用于高速的 4G 移动通信系统中。

参考文献:

[1] 魏瑞刚,陈晖,邱金蕙,等. 高速数据传输中的 LDPC 码译码算法研究 [J]. 无线电工程,2011,(3):20—22.

[2] Fossorier M P, Mihal C, Jevic M, et al. Reduced Complexity Iterative Decoding of Low-Density Parity Check Codes based on Belief Propagation [J]. IEEE Transactions on Communications, 1999, 47(5): 673—680.

[3] 易旭,杜昊阳. LDPC 码的研究进展和应用展望 [J]. 通信技术,2016,(1):251—254.

[4] 苏一栋,陈树新,林诚. 一种 LDPC 码混合迭代译码算法研究 [J]. 电视技术,2012,36(1):83—85.

[5] Yuan Jianguo, Liu Feilong, Ye Wenwei, et al. A New Coding Scheme of QC-LDPC Codes for Option Transmission Systems [J]. OPTIK, 2014, 125 (3): 1016—1019.

[6] Gallager R G. Low Density Parity Check Codes [J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(1): 21—28.

[7] Pandya N, Honary B. Low - Complexity Decoding of LDPC Code [J]. Electronics Letters, 2007, 43 (18): 990—991.

[8] 贺鹤云. LDPC 码的基础与应用 [M]. 北京:人民邮电出版社,2009.

[9] 张佳岩,张士伟,吴玮,等. 快速收敛的 EG-LDPC 译码算法设计实现 [J]. 电视技术,2015,39(8):96—98, 103.

[10] Chen Jinghu, Dholakia A, Eleftheriou E. Reduced-Complexity Decoding of LDPC Codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(3): 213—225.

[11] 张莹,阴亚芳,杨祎,等. 基于可见光通信的信道模型及编码性能分析 [J]. 光通信研究,2015,(6):69—72.

[12] Chen J, Fossorier M P C. Near Optimum Universal Belief Propagation based Decoding of Low Density Parity Check Codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(3): 406—414.

[13] 袁建国,汪哲,何昌伟,等. 光通信系统中一种改进的 LLR-BP 译码算法 [J]. 半导体光电,2016,(4):532—535, 591.

[14] 林雪红,吴伟陵. LDPC 码的改进译码算法 [J]. 电路与系统学报, 2007,(3):128—130.

[15] 王继强,刘翠海,薛蕾蕾,等. 低密度奇偶校验码译码算法性能分析及仿真 [J]. 数字技术与应用, 2016,(5): 141—143.